

Условия Домашнего задания по теории вероятностей, для ИБМ, 3-й сем.

Часть 1 (к модулю 1 «случайные события»)

Задача 1. Одновременно подбрасывают две игральные кости. В вариантах 1-10 найти вероятность того, что сумма выпавших очков: (а) равна k ; (б) меньше $k+1$; (в) больше $k-1$; (г) заключена в промежутке $[\alpha; \beta]$. В вариантах 11-30 найти вероятность того, что произведение выпавших очков: (а) равно k ; (б) меньше $k+1$; (в) больше $k-1$; (г) заключено в промежутке $[\alpha; \beta]$.

Задача 2. На некоторое обслуживающее устройство поступают две заявки. Каждая может поступить в любой момент времени в течение T минут. Время обслуживания первой заявки τ_1 минут, второй – τ_2 минут. При поступлении заявки на занятое устройство она не принимается. При поступлении заявки на свободное устройство даже в последний момент времени T , она обслуживается. Найти вероятность того, что: (а) обе заявки будут обслужены; (б) будет обслужена ровно одна заявка.

Задача 3. Задана структурная схема надежности системы, состоящей из пяти элементов. Событие \bar{A}_i – отказ i -го элемента за некоторый промежуток времени.

Вероятности безотказной работы элементов заданы:

$$P(A_i) = 0,95, \quad i = 1, 3, 5; \quad P(A_j) = 0,9, \quad j = 2, 4.$$

Событие B состоит в безотказной работе всей системы за рассматриваемый промежуток времени (события A_i независимы в совокупности). Требуется:

(а) выразить событие B через A_i или \bar{A}_i ($i=1, 2, 3, 4, 5$); (б) найти вероятность $P(B)$ безотказной работы системы.

Задача 4. Из партии, содержащей n изделий, среди которых k – высшего сорта, для контроля последовательно выбирают наугад m изделий. Найти вероятность того, что среди выбранных изделий окажется ровно ℓ изделий высшего сорта при условии, что выборка производится: (а) с возвращением (выбранное изделие после проверки возвращается обратно в партию); (б) без возвращения (выбранное изделие в партию не возвращается).

Задача 5. На склад поступили детали, изготавливаемые на трех станках. На i -ом станке изготовлено R_i % деталей ($i=1, 2, 3$). Вероятность выпуска бракованных деталей на i -м станке равна P_i ($i=1, 2, 3$).

(а) Определить вероятность того, что деталь, наудачу взятая со склада, оказалась бракованной. (б) Наудачу взятая деталь оказалась бракованной. Найти вероятность того, что она изготовлена на j -м станке.

Задача 6. В отдел технического контроля поступает партия, содержащая N изделий, среди которых имеется M бракованных. Контролер для контроля отбирает три изделия, при этом в бракованном изделии он обнаруживает брак с вероятностью P . Партия бракуется, если среди трех отобранных для проверки изделий обнаружено хотя бы одно бракованное изделие. Найти вероятность того, что данная партия изделий будут забракована.

Часть 2 (к модулю 2 «случайные величины»)

Задача 7. Произведено n независимых выстрелов по мишени с вероятностью попадания p . Пусть случайная величина ξ – число попаданий в цель. Для случайной величины ξ найти: (а) распределение вероятностей; (б) функцию распределения и построить ее график; (в) вероятность попадания случайной величины в интервал $(\alpha; \beta)$; (г) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение.

Задача 8. Непрерывная случайная величина ξ имеет плотность распределения вероятностей $f(x)$ (см. таблицу ниже). Для случайной величины ξ : (а) найти ее функцию распределения $F(x)$; (б) построить графики функции распределения $F(x)$ и плотности распределения вероятностей $f(x)$; (в) найти вероятность попадания случайной величины в интервал $(\alpha; \beta)$; (г) найти математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение.

Варианты 1 – 10	Варианты 11 – 20	Варианты 21 – 30
<p>Экспоненциальное распределение</p> $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$	<p>Гамма- распределение ($\alpha = 3$)</p> $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \lambda^3 x^2 e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$	<p>Распределение Лапласа</p> $f(x) = \frac{1}{2} e^{-\lambda x }, \quad -\infty < x < +\infty$

Задача 9. Плотность распределения вероятностей случайной величины ξ имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} kx, & x \in [0; c] \\ 0, & x \notin [0; c] \end{cases}. \text{ Случайная величина } \eta \text{ связана со случайной величиной } \xi$$

функциональной зависимостью $\eta = a\xi^2 + b$. Найти: (а) константу k ; (б) математическое ожидание и дисперсию случайной величины η , используя плотность распределения вероятностей случайной величины ξ ; (в) функцию распределения и плотность распределения вероятностей случайной величины η и построить их графики; (г) математическое ожидание и дисперсию случайной величины η , используя найденную плотность распределения вероятностей.

Задача 10. Дана система двух дискретных случайных величин (ξ, η) , закон распределения которой задан таблицей $p_{ij} = P(\xi = x_i, \eta = y_j)$, $i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3, 4.$, где $x_1 = 2, x_2 = 3, x_3 = 5, y_1 = -1, y_2 = 0, y_3 = 1, y_4 = 2$. Найти: (а) законы распределения случайных величин ξ и η ; (б) математические ожидания и дисперсии случайных величин ξ и η ; (в) коэффициент корреляции $r_{\xi\eta}$; (г) условные распределения $P_\xi(x_i|y_2)$ и $P_\eta(y_j|x_2)$; (д) условные математические ожидания $M(\xi|y_2), M(\eta|x_2)$.

Задача 11. Система непрерывных случайных величин (η, ξ) распределена равномерно в области D , расположенной в полуплоскости π и ограниченной линиями $x = a, y = b, y = \beta|x|^\alpha$. Найти: (а) совместную плотность распределения $f(x, y)$, предварительно построив область D ; (б) плотности вероятности случайных величин ξ и η ; (в) математические ожидания и дисперсии случайных величин ξ и η ; (г) коэффициент корреляции $r_{\xi\eta}$; (д) условные плотности распределения $f_\xi(x|y)$ и $f_\eta(y|x)$; (е) условные математические ожидания $M(\xi|y)$ и $M(\eta|x)$; (ж) уравнения линий регрессии и построить их графики.

Задача 12. (а) Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $\zeta = a\xi + b\eta + c$, где (ξ, η) – система случайных величин из задачи 11;

(б) Найти функцию распределения, плотность распределения и математическое ожидание площади прямоугольника с вершинами в точках $(0,0), (0,\eta), (\xi,0), (\xi,\eta)$, где (ξ,η) – система случайных величин из задачи 11.

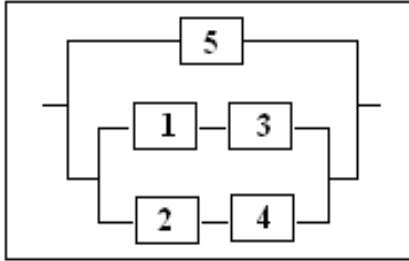
Варианты Домашнего задания по теории вероятностей

Таблицы к задачам 1, 2, 4 и 7

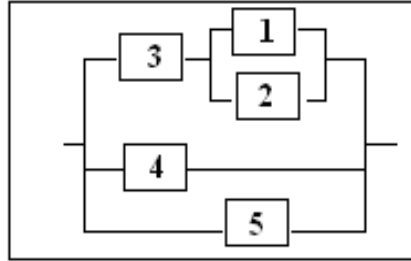
Вар №	Задача 1			Задача 2			Задача 4				Задача 7			
	k	α	β	T	τ_1	τ_2	n	k	m	l	n	p	α	β
1	3	4	6	100	5	5	12	6	6	5	4	0,2	-1	0,5
2	4	2	5	100	5	10	12	6	6	4	4	0,3	0,5	3
3	5	3	7	100	5	15	12	6	6	3	4	0,4	1,5	2,5
4	6	2	6	100	5	20	12	6	6	2	4	0,5	1,5	3
5	7	3	5	100	5	25	12	7	6	5	4	0,6	0,5	2
6	8	3	4	100	10	10	12	7	6	4	4	0,7	1,3	2
7	9	3	8	100	10	15	12	7	6	3	4	0,8	2	3,5
8	10	4	7	100	10	20	12	7	6	2	4	0,9	1	3
9	2	9	12	100	10	25	12	7	6	1	5	0,1	0,5	4
10	11	8	12	100	10	30	12	8	6	5	5	0,2	-1	0,5
11	4	4	10	150	15	15	12	8	6	4	5	0,3	0,5	3
12	5	2	8	150	15	20	12	8	6	3	5	0,4	0,5	2,5
13	6	5	17	150	15	25	12	8	6	2	5	0,5	1,5	3
14	7	8	12	150	15	30	12	9	6	5	5	0,6	0,5	2
15	8	10	13	150	15	35	12	9	6	4	5	0,7	1,3	2
16	9	20	28	150	20	20	12	10	6	4	5	0,8	2	3,5
17	10	30	35	150	20	25	12	6	5	4	5	0,9	1	3
18	11	21	26	150	20	30	12	6	5	3	6	0,1	3	4
19	12	15	18	150	20	35	12	6	5	2	6	0,2	2	6
20	13	20	23	150	20	40	12	7	5	4	6	0,3	1,5	4
21	14	19	24	200	25	25	12	7	5	3	6	0,4	1	6
22	15	24	28	200	25	30	12	7	5	2	6	0,5	2	7
23	16	28	31	200	25	35	12	7	5	1	6	0,6	4	7
24	17	21	36	200	25	40	12	8	5	4	6	0,7	0,5	3
25	18	17	22	200	25	45	12	8	5	3	6	0,8	-1	4
26	19	15	19	200	30	30	12	8	5	2	6	0,9	-2	3
27	20	22	28	200	30	35	12	8	5	1	3	0,1	0	2
28	21	10	15	200	30	40	12	9	5	4	3	0,2	0,5	3
29	24	12	18	200	30	45	12	9	5	3	3	0,3	-1	1,5
30	25	3	8	200	30	50	12	9	5	2	3	0,5	2	4

Схемы к задаче 3

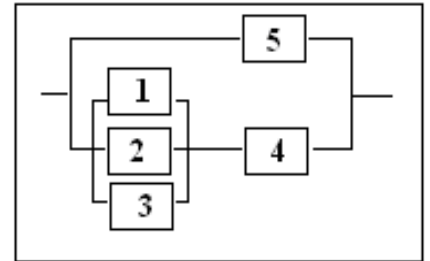
Вар. №1



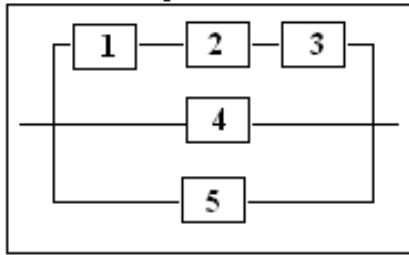
Вар. №2



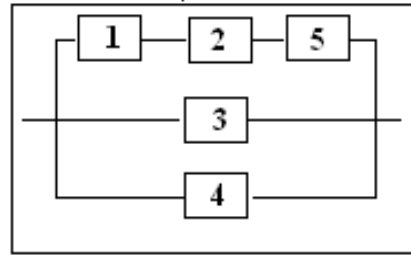
Вар. №3



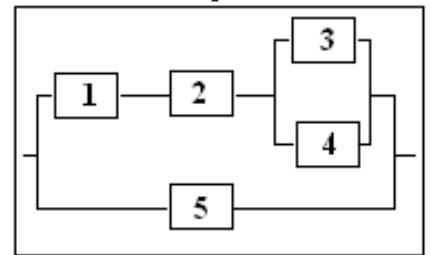
Вар. №4



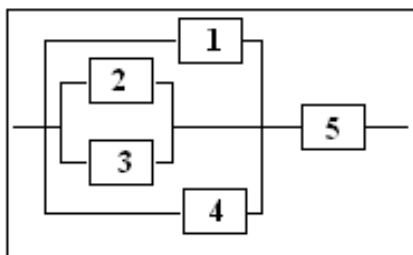
Вар. №5



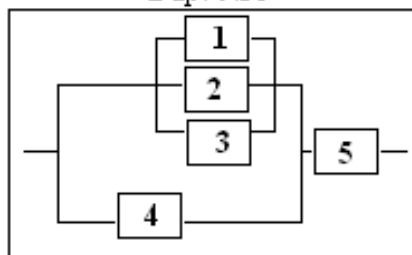
Вар. №6



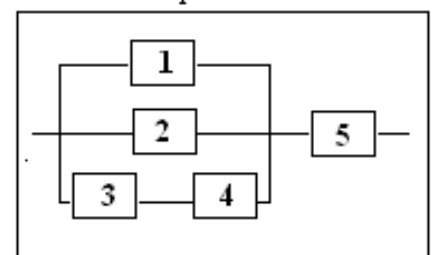
Вар. №7



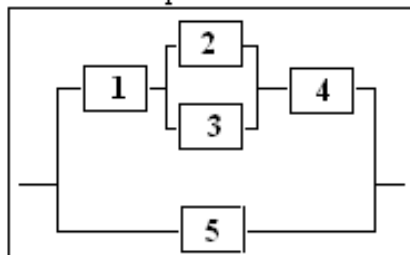
Вар. №8



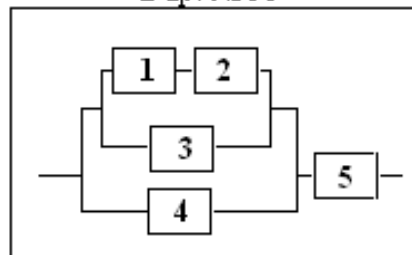
Вар. №9



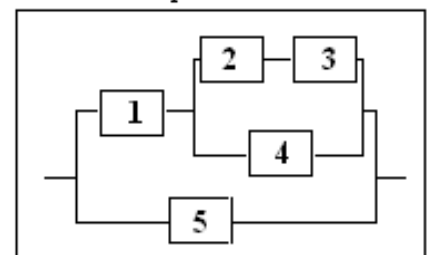
Вар. №10



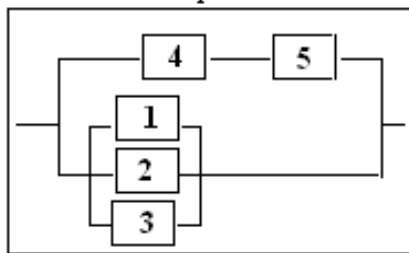
Вар. №11



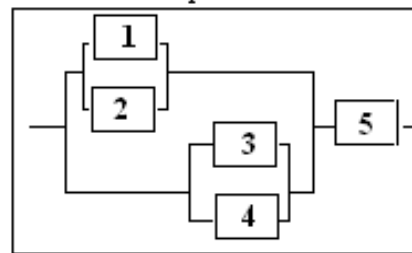
Вар. №12



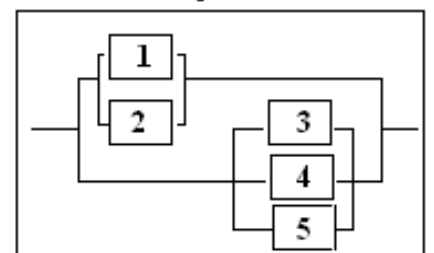
Вар. №13



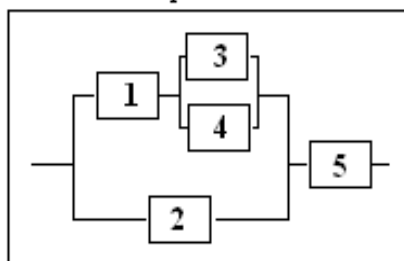
Вар. №14



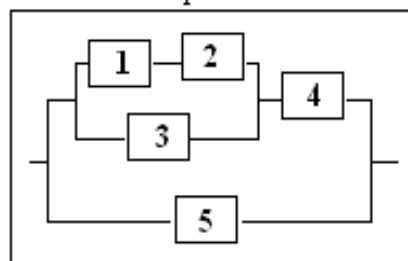
Вар. №15



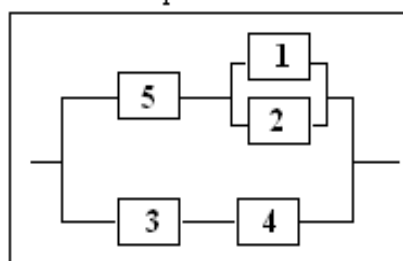
Bap. №16



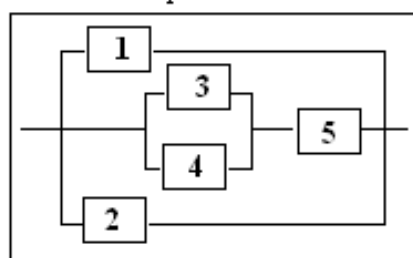
Bap. №17



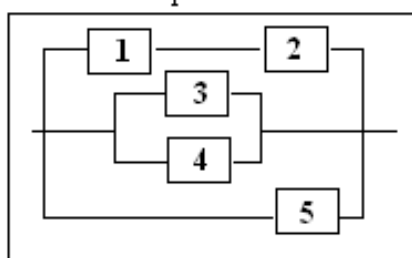
Bap. №18



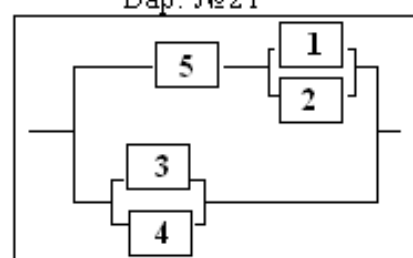
Bap. №19



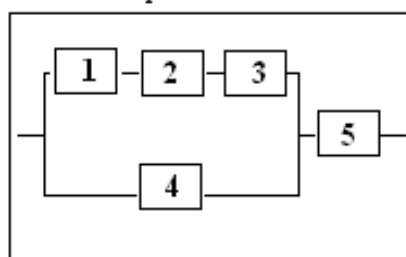
Bap. №20



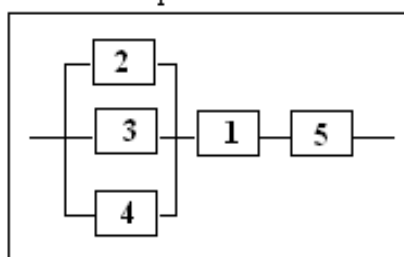
Bap. №21



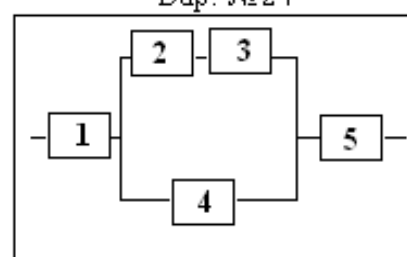
Bap. №22



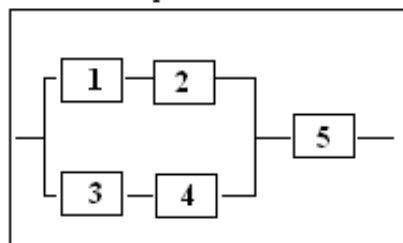
Bap. №23



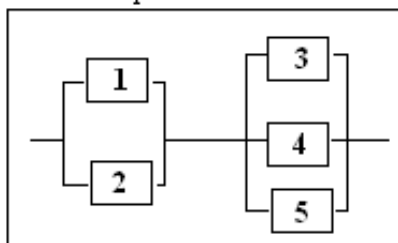
Bap. №24



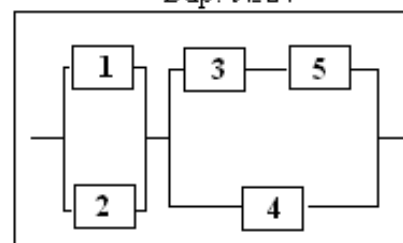
Bap. №25



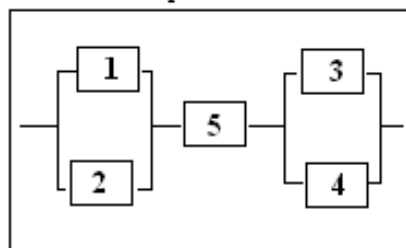
Bap. №26



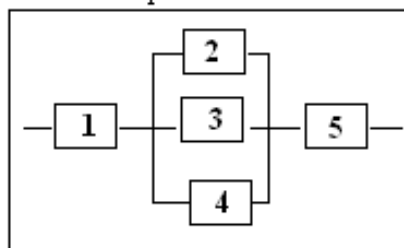
Bap. №27



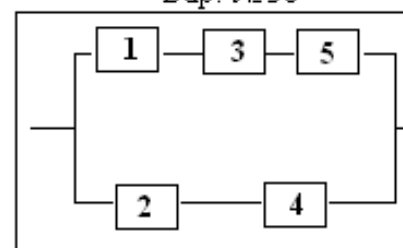
Bap. №28



Bap. №29



Bap. №30



Таблицы к задачам 5, 6 и 9

Вар №	Задача 5							Задача 6			Задача 9		
	R_1	R_2	R_3	P_1	P_2	P_3	j	N	M	P	a	b	c
1	10	30	60	0,01	0,02	0,03	1	20	6	0,85	4	5	1
2	30	10	60	0,01	0,04	0,03	2	20	5	0,90	2	2	2
3	10	60	30	0,02	0,04	0,03	3	20	4	0,95	1	-6	3
4	30	60	10	0,03	0,01	0,05	1	16	4	0,85	5	4	1
5	60	10	30	0,02	0,05	0,01	2	16	5	0,90	3	3	2
6	60	30	10	0,01	0,03	0,02	3	16	6	0,95	2	-5	3
7	20	35	45	0,01	0,03	0,04	1	15	6	0,85	4	3	1
8	20	45	35	0,02	0,03	0,04	2	15	5	0,90	2	4	2
9	35	20	45	0,03	0,05	0,03	3	15	4	0,95	1	-4	3
10	35	45	20	0,02	0,01	0,05	1	18	5	0,85	5	2	1
11	45	20	35	0,02	0,03	0,01	2	18	6	0,90	3	5	2
12	45	35	20	0,03	0,01	0,04	3	18	4	0,95	2	-3	3
13	25	40	35	0,03	0,04	0,02	1	17	4	0,85	4	-1	1
14	25	35	40	0,05	0,01	0,03	2	17	5	0,90	2	-1	2
15	40	35	25	0,05	0,01	0,02	3	17	6	0,95	1	1	3
16	40	25	35	0,02	0,01	0,03	1	25	7	0,85	5	-2	1
17	35	40	25	0,03	0,01	0,02	2	25	6	0,90	3	-2	2
18	35	25	40	0,03	0,04	0,01	3	25	5	0,95	2	2	3
19	40	15	45	0,03	0,02	0,04	1	24	8	0,85	4	-3	1
20	40	45	15	0,05	0,03	0,01	2	24	6	0,90	2	-3	2
21	15	40	45	0,05	0,02	0,01	3	24	4	0,95	1	3	3
22	15	45	40	0,03	0,02	0,01	1	22	5	0,85	5	-4	1
23	45	15	40	0,04	0,01	0,03	2	22	5	0,90	3	-4	2
24	45	40	15	0,04	0,02	0,03	3	22	4	0,95	2	4	3
25	10	55	35	0,01	0,03	0,05	1	21	7	0,85	4	-4	1
26	10	35	55	0,04	0,03	0,02	2	21	6	0,90	2	-5	2
27	55	10	35	0,01	0,05	0,03	3	21	5	0,95	1	-6	3
28	55	35	10	0,04	0,03	0,02	1	23	7	0,85	5	6	1
29	35	10	55	0,01	0,05	0,02	2	23	6	0,90	3	0	2
30	35	55	10	0,04	0,03	0,02	3	23	5	0,95	2	0	3

Таблицы к задачам 8, 11 и 12

Вар. №	Задача 8			Задача 11					Задача 12		
	λ	α	β	a	b	α	β	π	a	b	c
1	0,5	1	3	1	0	1	2	$x > 0$	2	-7	1
2	0,4	1	4	1	0	2	2	$x > 0$	2	-6	-1
3	0,3	2	6	1	0	$\frac{1}{2}$	2	$x > 0$	2	-5	2
4	0,2	3	7	1	0	3	2	$x > 0$	2	-4	-2
5	0,1	4	12	1	0	1	-2	$x > 0$	2	-3	3
6	0,6	1	4	1	0	2	-2	$x > 0$	-2	7	-3
7	0,7	1	3	1	0	$\frac{1}{2}$	-2	$x > 0$	-2	6	4
8	0,8	1	5	1	0	3	-3	$x > 0$	-2	5	-4
9	0,9	1	4	0	2	1	2	$x > 0$	-2	4	5
10	1	1	3	0	2	2	2	$x > 0$	-2	3	-5
11	1	2	5	0	2	$\frac{1}{2}$	2	$x > 0$	3	-6	6
12	2	1	4	0	2	3	2	$x > 0$	3	-5	-6
13	3	1	5	0	-2	1	-2	$x > 0$	3	-4	7
14	1	1	4	0	-2	2	-2	$x > 0$	3	-3	-7
15	2	1	5	0	-2	$\frac{1}{2}$	-2	$x > 0$	3	-2	8
16	3	1	4	-1	0	1	2	$x < 0$	-3	6	-8
17	1	1	5	-1	0	2	2	$x < 0$	-3	5	7
18	2	2	5	-1	0	$\frac{1}{2}$	2	$x < 0$	-3	4	-7
19	3	1	6	-1	0	3	2	$x < 0$	-3	3	6
20	1	2	4	-1	0	1	-2	$x < 0$	-3	2	-6
21	1	-2	1	-1	0	2	-2	$x < 0$	4	-5	5
22	2	-1	1	-1	0	$\frac{1}{2}$	-2	$x < 0$	4	-4	-5
23	3	-1	1	-1	0	3	-2	$x < 0$	4	-3	4
24	1	-1	2	0	2	1	2	$x < 0$	4	-2	-4
25	2	-2	1	0	2	2	2	$x < 0$	4	-1	3
26	3	-1	2	0	2	$\frac{1}{2}$	2	$x < 0$	-4	5	-3
27	1	-1	1	0	2	3	2	$x < 0$	-4	4	2
28	2	-1	2	0	-2	1	-2	$x < 0$	-4	3	-2
29	3	-2	1	0	-2	2	-2	$x < 0$	-4	2	1
30	1	-2	2	0	-2	$\frac{1}{2}$	-2	$x < 0$	-4	1	-1

Таблица к задаче 10

Вар. №	Задача 10											
	p_{11}	p_{12}	p_{13}	p_{14}	p_{21}	p_{22}	p_{23}	p_{24}	p_{31}	p_{32}	p_{33}	p_{34}
1	0,05	0,08	0,12	0,10	0,10	0,00	0,00	0,18	0,04	0,06	0,15	0,12
2	0	0	0,18	0,10	0,06	0,15	0,12	0,04	0,12	0,10	0,05	0,08
3	0	0,18	0,10	0	0,15	0,12	0,04	0,06	0,10	0,05	0,08	0,12
4	0	0,06	0,05	0,10	0,18	0,15	0,08	0,10	0,04	0,12	0,12	0
5	0,18	0,15	0,08	0,10	0,04	0,12	0,12	0	0,06	0,05	0,10	0
6	0,05	0,12	0,10	0	0,04	0,15	0,08	0,10	0	0,18	0,06	0,12
7	0,05	0	0,08	0,18	0,12	0,04	0,10	0,06	0,10	0,15	0	0,12
8	0	0,10	0,18	0	0,15	0,04	0,12	0,06	0,10	0,08	0,05	0,12
9	0,04	0,12	0,06	0,10	0,08	0,05	0,12	0	0,10	0,18	0	0,15
10	0	0,10	0,12	0,10	0	0,06	0,04	0,05	0,18	0,15	0,12	0,08
11	0,04	0,06	0,02	0,08	0,10	0,15	0,05	0,20	0,06	0,09	0,03	0,12
12	0,15	0,05	0,10	0,20	0,06	0,02	0,04	0,08	0,09	0,03	0,06	0,12
13	0,075	0,075	0,06	0,09	0,075	0,075	0,06	0,09	0,10	0,10	0,08	0,12
14	0,06	0,06	0,04	0,04	0,06	0,06	0,04	0,04	0,18	0,18	0,12	0,12
15	0,03	0,04	0,01	0,02	0,09	0,12	0,03	0,06	0,18	0,24	0,06	0,12
16	0,09	0,12	0,03	0,06	0,09	0,12	0,03	0,06	0,12	0,16	0,04	0,08
17	0,015	0,035	0,025	0,025	0,045	0,105	0,075	0,075	0,09	0,21	0,15	0,15
18	0,02	0,03	0,07	0,08	0,07	0,105	0,245	0,28	0,010	0,015	0,035	0,040
19	0,030	0,045	0,105	0,120	0,050	0,075	0,175	0,200	0,02	0,03	0,07	0,08
20	0,06	0,045	0,075	0,120	0,04	0,03	0,05	0,08	0,100	0,075	0,125	0,200
21	0,12	0,10	0,18	0,08	0	0	0,15	0,10	0,04	0,06	0,12	0,05
22	0,05	0,08	0,12	0,10	0	0	0,18	0,06	0,15	0,12	0,10	0,04
23	0	0,18	0,06	0,12	0,12	0,05	0	0,10	0,15	0,04	0,10	0,08
24	0,08	0,04	0,10	0,05	0,12	0,18	0,10	0,15	0	0,12	0,06	0
25	0,08	0,05	0,10	0,12	0,04	0,12	0,15	0,06	0,10	0,18	0	0
26	0,10	0	0	0,06	0,18	0,12	0,15	0,10	0,04	0,08	0,05	0,12
27	0,18	0,12	0,15	0,10	0,04	0,08	0,05	0,12	0	0	0,06	0,10
28	0,05	0,04	0,06	0,15	0,12	0,08	0,12	0,10	0,10	0	0	0,18
29	0	0,05	0,10	0,04	0,10	0,18	0,10	0,15	0	0,08	0,06	0,12
30	0,10	0	0,12	0,06	0	0,18	0,10	0,12	0,05	0,18	0,04	0,15